

## CONTINUOUS VERSUS DISCRETE MARKET GAME

ALEXANDRE MARINO AND BERNARD DE MEYER

*CERMSEM*

*Université Paris Panthéon Sorbonne (Paris 1)*

*Maison des Sciences Économiques, 106-112 Boulevard de l'Hôpital*

*75647 Paris cedex 13.*

*demeyer@univ-paris1.fr, marino@univ-paris1.fr*

ABSTRACT. De Meyer and Moussa Saley [2] provide an endogenous justification for the appearance of Brownian Motion in Finance by modelling the strategic interaction between two asymmetrically informed market makers with a zero-sum repeated game with one-sided information. The crucial point of this justification is the appearance of the normal distribution in the asymptotic behavior of  $\frac{V_n(P)}{\sqrt{n}}$ . In De Meyer and Moussa Saley's model [2], agents can fix a price in a continuous space. In the real world, the market compels the agents to post prices in a discrete set. The previous remark raises the following question: "Does the normal still appear in the asymptotic of  $\frac{V_n}{\sqrt{n}}$  for the discrete market game?". The main topic is to prove that for all discretization of the set price,  $\frac{V_n(P)}{\sqrt{n}}$  converges uniformly to 0. Despite of this fact, we don't reject De Meyer, Moussa Saley analysis: when the size of the discretization step is small as compared to  $n^{-\frac{1}{2}}$ , the continuous market game is a good approximation of the discrete one.

ABSTRACT. En modélisant l'interaction stratégique d'agents asymétriquement informés sur les marchés financiers par un jeu répété à information incomplète, De Meyer et Moussa Saley [2] ont mis en évidence une justification endogène pour l'apparition du mouvement Brownien en finance. L'apparition de la loi normale dans l'étude asymptotique de  $\frac{V_n(P)}{\sqrt{n}}$  est le point clé de cette justification. Dans le modèle introduit par De Meyer et Moussa Saley [2], les agents peuvent fixer des prix dans un espace continu. En réalité, sur le marché, les agents sont contraints d'annoncer des prix discrétisés. Cette remarque soulève l'interrogation suivante : " Dans le cadre d'un jeu de marché discrétisé, l'étude asymptotique de  $\frac{V_n}{\sqrt{n}}$  met-elle en évidence la loi normale ?" Le principal objectif est de montrer que, pour une discrétisation quelconque de l'espace des prix,  $\frac{V_n(P)}{\sqrt{n}}$  converge uniformément vers 0. L'analyse de De Meyer et Moussa Saley n'est pas pour autant remise en question: si le pas de la discrétisation est petit comparé à  $n^{-\frac{1}{2}}$ , le jeu de marché continu est une bonne approximation du jeu discrétisé.